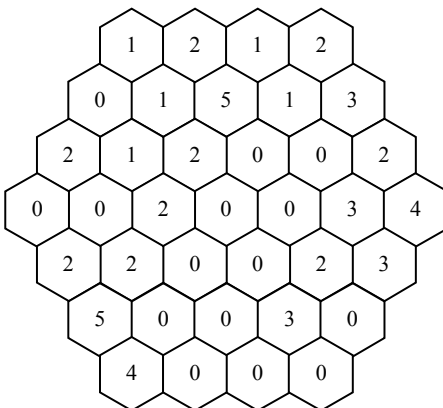


## Koeficient disperze

1. **Prostorové rozmístění velkých stínek (*Philoscia muscorum*).** Na následujícím obrázku je zaznamenán výsledek analýzy prostorového rozmístění stínek ve spadaném listí a humusu v části bukového háje poblíž Oxfordu. Studovaná plocha byla pokryta pravidelnou šestiúhelníkovou sítí s šířkou šestiúhelníku jedna stopa (0,30 m) a poté byl spočítán počet stínek připadajících na jeden šestiúhelník. (Data jsou převzata z článku 'Mean crowding' od M. Lloyd otištěného v roce 1967 v časopisu *Journal of Animal Ecology*.)



Vypočítejte koeficient disperze a interpretujte získaný výsledek. Při výpočtu využijte statistických funkcí na kalkulačce.

## Průměry

1. Necht'  $d_1, d_2, \dots, d_n$  jsou výčetní tloušťky jednotlivých stromů v porostu. Určete tloušťku stromu s průměrným průřezem (s průměrnou kruhovou výčetní základnou). Speciálně předpokládejte, že v porostu je devět stromů s následujícími tloušťkami (v centimetrech):

20    20    30    30    40    40    50    50    60 .

2. Necht'  $d_1, d_2, \dots, d_n$  jsou průměry jednotlivých borůvek v košíku. Určete průměr průměrně objemné borůvky.
3. Určete celkovou naspořenou částku z vkladu 60 000 Kč po pěti letech, jestliže vklad měl roční úročení a úroková míra činila v prvním roce 4% , ve druhém 8%, ve třetím 6% a ve čtvrtém a pátém roce 12%. Určete též průměrnou úrokovou míru během celého pětiletého období.
4. Automobil jede nejprve do kopce rychlostí čtyřicet km/hod a poté stejnou trasou zpátky rychlostí osmdesát km/hod. Jaká je průměrná rychlost automobilu během této projížďky?
5. Dokažte elementárním způsobem, že aritmetický průměr dvou kladných čísel  $x, y$  je vždy alespoň tak veliký jako jejich průměr geometrický. Přechodem k převráceným hodnotám odtud odvoďte nerovnost mezi průměrem geometrickým a harmonickým.
- 6\*. Dokažte, že pro libovolná dvě vzájemně různá kladná čísla  $x, y$  platí: Jestliže  $\alpha > 1$ , pak

$$(*) \quad \left( \frac{x^\alpha + y^\alpha}{2} \right)^{1/\alpha} > \frac{x + y}{2}.$$

*Návod:* Využijte skutečnosti, že funkce  $f(x) = x^\alpha$  je pro  $\alpha > 1$  konvexní.

Z nerovnosti (\*) dále postupně vyplývá:

(I) Jestliže  $0 < \alpha < \beta$ , pak

$$\left( \frac{x^\alpha + y^\alpha}{2} \right)^{1/\alpha} < \left( \frac{x^\beta + y^\beta}{2} \right)^{1/\beta}.$$

(II) Jestliže  $\alpha < \beta < 0$ , pak

$$\left( \frac{x^\alpha + y^\alpha}{2} \right)^{1/\alpha} < \left( \frac{x^\beta + y^\beta}{2} \right)^{1/\beta}.$$

(III) Jestliže  $-\infty \leq \alpha < \beta \leq +\infty$ , pak

$$\left( \frac{x^\alpha + y^\alpha}{2} \right)^{1/\alpha} < \left( \frac{x^\beta + y^\beta}{2} \right)^{1/\beta}.$$

Tím je dokázáno, že hodnota průměru dvou kladných čísel  $x, y$  roste s rostoucím stupněm tohoto průměru.