

Definice nezávislosti náhodných jevů

1. U určitého druhu živočicha se často vyskytuje některá ze dvou chorob A a B . Pravděpodobnost, že živočich trpí chorobou A , avšak netrpí chorobou B , je $1/8$; pravděpodobnost, že živočich trpí chorobou B , avšak netrpí chorobou A , je $3/8$; pravděpodobnost, že živočich trpí alespoň jednou z chorob A a B , je $7/8$. Dokažte, že výskyt choroby A není závislý na výskytu choroby B .
2. Necht' A a B jsou neslučitelné jevy. Mohou být tyto jevy nezávislé?
3. Necht' pro jevy A a B platí, že $A \subseteq B$. Mohou být tyto jevy nezávislé?
4. a) Zjistěte, zda následující dva jevy jsou nezávislé:
 A – při hodu hrací kostkou padne sudé číslo,
 B – při hodu hrací kostkou padne pětka nebo šestka.
b) Řešte stejnou úlohu pro nepoctivou hrací kostku, na níž padá šestka s pravděpodobností 0,20 a všechny ostatní hodnoty s pravděpodobností 0,16.
5. U určitého druhu živočicha se často vyskytuje některá ze tří chorob A , B a C . Pravděpodobnost, že živočich trpí současně všemi těmito chorobami, je $1/4$. Pravděpodobnost, že živočich trpí pouze chorobou A (nikoliv však chorobami B či C), je $1/4$; podobně pravděpodobnost, že živočich trpí pouze chorobou B a rovněž tak pravděpodobnost, že živočich trpí pouze chorobou C , je $1/4$. Dokažte, že výskyt choroby A není závislý na výskytu choroby B , výskyt choroby B není závislý na výskytu choroby C a výskyt choroby A není závislý na výskytu choroby C ; není však pravda, že výskyt žádné z chorob A , B a C není závislý na výskytu chorob ostatních.

Pravděpodobnost součinu nezávislých jevů

1. Dva střelci střílejí na cíl. První střelec zasahuje cíl s pravděpodobností 0,8, kdežto druhý (za týchž podmínek střelby) s pravděpodobností 0,9. Jaká je pravděpodobnost, že
a) oba střelci zasáhnou cíl,
b) ani jeden střelec nezasáhne cíl,
c) alespoň jeden ze střelců zasáhne cíl,
d) právě jeden ze střelců zasáhne cíl?
2. Jak známo chlapců se rodí zpravidla o něco více než děvčat. Konkrétně předpokládejme, že pravděpodobnost narození chlapce je 0,51, zatímco pravděpodobnost narození děvčete je 0,49. Je pravděpodobnější, že v rodině se dvěma dětmi jsou obě děti stejného nebo různého pohlaví?
3. Opilec stojí na okraji propasti (ale neví o tom). S pravděpodobností $\frac{1}{2}$ udělá krok vpřed a s pravděpodobností $\frac{1}{2}$ krok vzad. Jaká je pravděpodobnost, že se zřítí do propasti
a) právě po pěti krocích,
b) po sudém počtu kroků,
c) nejvýše po pěti krocích?
4. V určité populaci jsou dvě procenta leváků. Kolik lidí z této populace je třeba vybrat, aby mezi nimi byl s 95% pravděpodobností alespoň jeden levák?

5. Rozhodněte, který z následujících jevů je pravděpodobnější:
 A – v sérii čtyř hodů hrací kostkou padne alespoň jednou šestka,
 B – v sérii dvaceti čtyř hodů dvěma hracími kostkami padne alespoň jednou na obou kostkách šestka.
- 6*. V tříčlenné porotě jsou dva seriózní členové a jeden neseriózní. Oba seriózní členové rozhodují správně s pravděpodobností p , kde $0 < p < 1$. Neseriózní člen rozhoduje na základě hodu mincí. Přijato je to rozhodnutí, za které hlasuje většina členů poroty. S jakou pravděpodobností rozhoduje porota správně?
- 7*. Otec chce motivovat svého syna hrajícího tenis prostřednictvím odměny. Tato odměna je podmíněna tím, že syn vyhraje dva po sobě jdoucí zápasy ze třech, sehraných buď s otcem nebo trenérem. Syn si přitom může vybrat, zda pořadí jeho soupeřů bude otec – trenér – otec nebo trenér – otec – trenér. Kterou variantu má syn zvolit, hraje-li otec hůře než trenér?

Bernoulliovo schéma

1. Házíme opakovaně hrací kostkou. Předpokládejme, že výsledek žádného z hodů nezávisí na výsledcích předchozích hodů a že šestka padá se stále stejnou pravděpodobností $p = \frac{1}{6}$. Jaká je pravděpodobnost, že
 - a) šestka padne poprvé při desátém hodu,
 - b) šestka padne nejpozději při desátém hodu,
 - c) výskytu šestky se nikdy nedočkáme?
2. Jaká je pravděpodobnost, že při deseti poctivých hodech poctivou hrací kostkou
 - a) padnou samé šestky,
 - b) nepadne ani jedna šestka,
 - c) padne alespoň jedna šestka,
 - d) padnou alespoň tři šestky?
 Jaký počet šestek je v sérii deseti hodů nejvíce pravděpodobný?
3. Klíčivost semen je 80%. Zasejeme deset semen. Jaká je pravděpodobnost, že vyklíčí
 - a) právě sedm semen,
 - b) alespoň sedm semen?
4. Do jednoho sta kilogramů těsta vsypeme deset tisíc rozinek, načež těsto s rozinkami velmi důkladně promísíme. Z těsta poté vytváříme padesátigramové bochánky. Vypočítejte pravděpodobnost, že v náhodně vybraném bochánku
 - a) není žádná rozinka,
 - b) jsou alespoň tři rozinky.